

Corso di Laurea in Ingegneria Edile-Architettura

Progetto di costruzioni in zona sismica
A.A. 2025/2026

16 – VALUTAZIONE RIGOROSA DELLE MASSE

Francesca Barbagallo, Università degli Studi di Catania

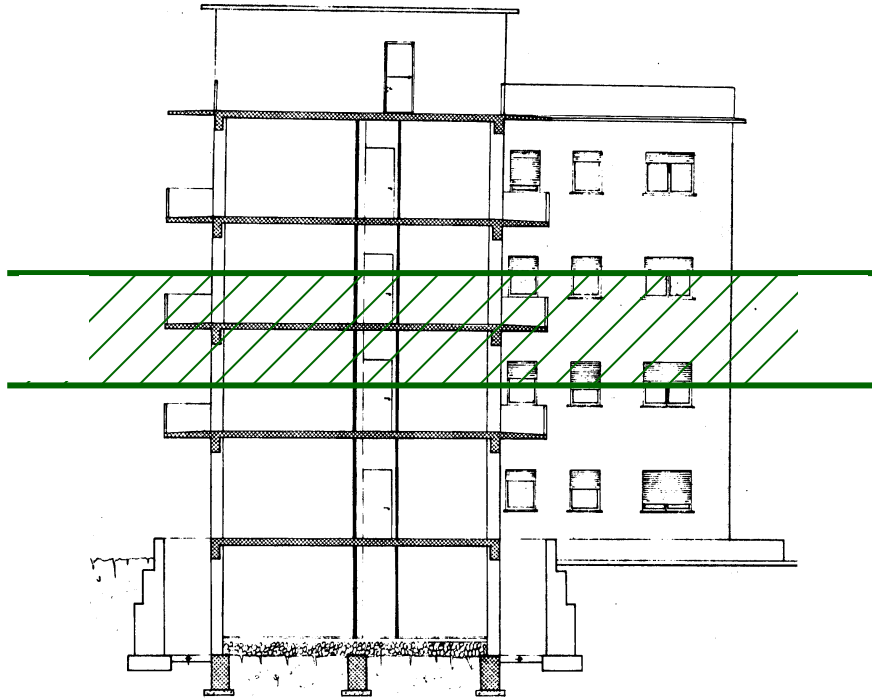
Approssimazioni o omissioni nel dimensionamento fatto

1. Masse stimate in maniera approssimata
2. Periodo proprio della struttura stimato con formule semplificate
3. Regolarità in altezza, assunta senza controllo
4. Regolarità in pianta (bilanciamento delle rigidezze), stimato a occhio
5. Forze statiche ripartite tra i pilastri “che contano” o in base a rapporti di rigidezza valutati a occhio
6. Controllo spostamenti SLD non effettuato

Determinazione delle masse di piano

Procedimento rigoroso:

- individuare gli elementi presenti ad ogni impalcato



le masse che si sviluppano lungo l'altezza (pilastri, tamponature, tramezzi) devono essere riportate agli impalcati inferiore e superiore

Determinazione delle masse di piano

Procedimento rigoroso:

- individuare gli elementi presenti ad ogni impalcato
- valutare la quantità di ogni elemento (area, lunghezza, numero) e moltiplicarla per i carichi unitari

Determinazione delle masse di piano

Procedimento automatico (programmi di calcolo):

- masse come risultante dei carichi sulle travi

Limiti del procedimento:

- i carichi vengono riportati tutti all'impalcato inferiore
- se cautelativamente si abbonda nei carichi sulle travi, si abbonda anche nelle masse

Come procedere, quando si usano programmi di calcolo?

- esaminare con attenzione i valori calcolati dal programma
- controllare l'incidenza a metro quadro (massa diviso superficie dell'impalcato)
- nel dubbio, effettuare anche un calcolo a mano per controllo

Masse di piano – esempio

Tipo carico	Impalcato tipo	
	Q.ta	Peso (kN)
Solaio del piano tipo	239.2	1100.3
Solaio di copertura		
Solaio torrino scala		
Sbalzo piano tipo		
Sbalzo copertura		
Cornicione		
Scala		
Travi 30 x 60		
Travi 30 x 50		
Travi 60 x 22		
Tamponature		
Tramezzi		
Pilastri 30 x 70 p. t.		
Pilastri 30 x 70 altri piani		
Pilastri 30 x 40 torrino		

Peso a m², in
presenza di
sisma (escluso
incidenza
tramezzi)

$$239.2 \times 4.60 = 1100.3 \text{ kN}$$

superficie
complessiva del
solaio (incluso lo
spazio occupato da
travi, ecc.)
in m²

Masse di piano – esempio

Tipo carico	Impalcato tipo	
	Q.ta	Peso (kN)
Solaio del piano tipo	239.2	1100.3
Solaio di copertura	--	--
Solaio torrino scala	--	--
Sbalzo piano tipo	60.3	398.0
Sbalzo copertura		
Cornicione		
Scala		
Travi 30 x 60		
Travi 30 x 50		
Travi 60 x 22		
Tamponature		
Tramezzi		
Pilastri 30 x 70 p. t.		
Pilastri 30 x 70 altri piani		
Pilastri 30 x 40 torrino		

Peso a m², in
presenza di
sisma

$$60.3 \times 6.60 = 398.0 \text{ kN}$$

superficie
complessiva degli
sbalzi,
in m²

Masse di piano – esempio

Tipo carico	Impalcato tipo	
	Q.ta	Peso (kN)
Solaio del piano tipo	239.2	1100.3
Solaio di copertura	--	--
Solaio torrino scala	--	--
Sbalzo piano tipo	60.3	398.0
Sbalzo copertura	--	--
Cornicione	--	--
Scala	24.0	177.6
Travi 30 x 60	121.0	508.2
Travi 30 x 50	--	--
Travi 60 x 22	50.0	81.0
Tamponature	77.4	464.4
Tramezzi		
Pilastri 30 x 70 p. t.		
Pilastri 30 x 70 altri piani		
Pilastri 30 x 40 torrino		

Lunghezza totale
delle tamponature
sup. e inf. (in m)
diviso 2

$$\frac{86 + 86}{2} \times 0.9$$

Riduzione
per tener
conto
delle
aperture

Peso a m

$$77.4 \times 6.00 = 464.4 \text{ kN}$$

Masse di piano – esempio

Tipo carico	Impalcato tipo	
	Q.ta	Peso (kN)
Solaio del piano tipo	239.2	1100.3
Solaio di copertura	--	--
Solaio torrino scala	--	--
Sbalzo piano tipo	60.3	398.0
Sbalzo copertura	--	--
Cornicione	--	--
Scala	24.0	177.6
Travi 30 x 60	121.0	508.2
Travi 30 x 50	--	--
Travi 60 x 22	50.0	81.0
Tamponature	77.4	464.4
Tramezzi	62.4	187.2
Pilastri 30 x 70 p. t.		
Pilastri 30 x 70 altri piani		
Pilastri 30 x 40 torrino		

Lunghezza totale dei
tramezzi
sup. e inf. (in m)
diviso 2

con riduzione per tener
conto delle aperture

Masse di piano – esempio

Tipo carico	Impalcato tipo	
	Q.ta	Peso (kN)
Solaio del piano tipo	239.2	1100.3
Solaio di copertura	--	--
Solaio torrino scala	--	--
Sbalzo piano tipo	60.3	398.0
Sbalzo copertura	--	--
Cornicione	--	--
Scala	24.0	177.6
Travi 30 x 60	121.0	508.2
Travi 30 x 50	--	--
Travi 60 x 22	50.0	81.0
Tamponature	77.4	464.4
Tramezzi	62.4	187.2
Pilastri 30 x 70 p. t.	--	--
Pilastri 30 x 70 altri piani	27.0	368.6
Pilastri 30 x 40 torrino	--	--

Si ottiene così il peso totale dell'impalcato

$$W = 3285.3 \text{ kN}$$

Massa = peso
diviso
accelerazione di
gravità

$$M = \frac{3285.3}{9.81} = 334.89 \text{ t}$$

Masse di piano – esempio

E così per tutti gli impalcati

	Torrino		V impalcato	
Tipo carico	Q.ta	Peso (kN)	Q.ta	Peso (kN)
Solaio del piano tipo	--	--	--	--
Solaio di copertura	--	--	239.2	1148.2
Solaio torino scala	36.0	122.4	--	--
Sbalzo piano tipo	--	--	--	--
Sbalzo copertura	--	--	60.3	235.1
Cornicione	12.0	46.8	13.3	51.9
Scala	--	--	19.1	141.3
Travi 30 x 60	--	--	--	--
Travi 30 x 50	24.0	82.8	121.0	417.5
Travi 60 x 22	3.0	4.9	50.0	81.0
Tamponature	13.5	81.0	52.2	313.2
Tramezzi	--	--	31.2	93.6
Pilastrini 30 x 70 p. t.	--	--	--	--
Pilastrini 30 x 70 altri piani	--	--	13.5	191.4
Pilastrini 30 x 50 torino	3.0	30.4	3.0	30.4

E così per tutti gli impalcati

	Impalcato tipo (IV-II)		I impalcato	
Tipo carico	Q.ta	Peso (kN)	Q.ta	Peso (kN)
Solaio del piano tipo	239.2	1100.3	239.2	1100.3
Solaio di copertura	--	--	--	--
Solaio torrino scala	--	--	--	--
Sbalzo piano tipo	60.3	398.0	--	--
Sbalzo copertura	--	--	--	--
Cornicione	--	--	--	--
Scala	24.0	177.6	24.0	177.6
Travi 30 x 60	121.0	508.2	121.0	508.2
Travi 30 x 50	--	--	--	--
Travi 60 x 22	50.0	81.0	50.0	81.0
Tamponature	77.4	464.4	77.4	464.4
Tramezzi	62.4	187.2	62.4	187.2
Pilastri 30 x 70 p. t.	--	--	13.5	212.6
Pilastri 30 x 70 altri piani	27.0	368.6	13.5	184.3
Pilastri 30 x 40 torrino	--	--	--	--

Masse di piano – esempio

21	Impalcato	copertura (V)							Impalcato	torrino scale						
22																
23	carico		sviluppo	un.mis.	$g_k + \psi_2 q_k$				carico		sviluppo	un.mis.	$g_k + \psi_2 q_k$			
24	Solaio piano tipo	senza tramezzi							Solaio piano tipo	senza tramezzi						
25	Solaio terrazza (praticabile)		239.2	m2	1148.2				Solaio terrazza (praticabile)							
26	Solaio copertura torrino								Solaio copertura torrino		36.0	m2	122.4			
27	Balconi e terrazzini p.tipo								Balconi e terrazzini p.tipo							
28	Sbalzi copertura (cornicione)		73.6	m2	287.0				Sbalzi copertura (cornicione)		12.0	m2	46.8			
29	Scala		19.1	m2	118.4				Scala							
30	Trave 1, 30x60								Trave 1, 30x60							
31	Trave 2, 30x50		121.0	m	417.5				Trave 2, 30x50		24.0	m	82.8			
32	Trave a spessore 60x22		50.0	m	81.0				Trave a spessore 60x22		3.0	m	4.9			
33	Pilastro 1, 30x70 L 320		13.5	--	184.3				Pilastro 1, 30x70 L 320							
34	Pilastro 2, 30x70 L 360								Pilastro 2, 30x70 L 360							
35	Pilastro 3, 30x50		3.0	--	30.4				Pilastro 3, 30x50		3.0	--	30.4			
36	Tramezzi		31.2	m	93.6				Tramezzi							
37	Tamponature		52.2	m	313.2				Tamponature		13.5	m	81.0			
38		TOTALE [kN]			2673.5					TOTALE [kN]			368.3			
39		area totale [m2]	331.9							area totale [m2]	48.0					
40		peso/area [kN/m2]	8.06							peso/area [kN/m2]	7.67					

Masse di piano – esempio

43	Impalcato	piano tipo (III, IV)							Impalcato	piano secondo (II)						
44																
45	carico		sviluppo	un.mis.	$g_k + \psi_2 q_k$				carico		sviluppo	un.mis.	$g_k + \psi_2 q_k$			
46	Solaio piano tipo	senza tramezzi	239.2	m ²	1100.3				Solaio piano tipo	senza tramezzi	239.2	m ²	1100.3			
47	Solaio terrazza (praticabile)								Solaio terrazza (praticabile)							
48	Solaio copertura torrino								Solaio copertura torrino							
49	Balconi e terrazzini p.tipo		60.3	m ²	325.6				Balconi e terrazzini p.tipo		60.3	m ²	325.6			
50	Sbalzi copertura (cornicione)								Sbalzi copertura (cornicione)							
51	Scala		24.0	m ²	148.8				Scala		24.0	m ²	148.8			
52	Trave 1, 30x60								Trave 1, 30x60		121.0	m	508.2			
53	Trave 2, 30x50		121.0	m	417.5				Trave 2, 30x50							
54	Trave a spessore 60x22		50.0	m	81.0				Trave a spessore 60x22		50.0	m	81.0			
55	Pilastro 1, 30x70 L 320		27.0	--	368.6				Pilastro 1, 30x70 L 320		27.0	--	368.6			
56	Pilastro 2, 30x70 L 360								Pilastro 2, 30x70 L 360							
57	Pilastro 3, 30x50								Pilastro 3, 30x50							
58	Tramezzi		62.4	m	187.2				Tramezzi		62.4	m	187.2			
59	Tamponature		77.4	m	464.4				Tamponature		77.4	m	464.4			
60		TOTALE [kN]			3093.3					TOTALE [kN]			3184.1			
61		area totale [m ²]	323.5							area totale [m ²]	323.5					
62		peso/area [kN/m ²]	9.56							peso/area [kN/m ²]	9.84					

Masse di piano – esempio

65	Impalcato	piano primo (I)			
66					
67	carico		sviluppo	un.mis.	$g_k + \psi_2 q_k$
68	Solaio piano tipo	senza tramezzi	239.2	m2	1100.3
69	Solaio terrazza (praticabile)				
70	Solaio copertura torrino				
71	Balconi e terrazzini p.tipo				
72	Sbalzi copertura (cornicione)				
73	Scala		24.0	m2	148.8
74	Trave 1, 30x60		121.0	m	508.2
75	Trave 2, 30x50				
76	Trave a spessore 60x22		50.0	m	81.0
77	Pilastro 1, 30x70 L 320	✓	13.5	--	184.3
78	Pilastro 2, 30x70 L 360	✓	13.5	--	212.6
79	Pilastro 3, 30x50				
80	Tramezzi	✓	62.4	m	187.2
81	Tamponature	✓	77.4	m	464.4
82		TOTALE [kN]			2886.8
83		area totale [m2]	263.2		
84		peso/area [kN/m2]	10.97		

Riepilogo delle masse di piano

impalcato	peso W kN	massa M t	area m ²	peso medio
Torrino	368.3	37.54	48.0	7.67
V	2673.5	272.53	331.9	8.06
IV, III	3093.3	315.32	323.5	9.56
II	3184.1	324.57	323.5	9.84
I	2886.8	294.27	263.2	10.97
TOTALE	15299.3			

Riepilogo delle masse di piano

confronto con i valori stimati

impalcato	peso W kN	peso medio	peso prima stima	peso medio prima stima
Torrino + V	3041.8	8.01	3419	9.0
IV, III	3093.3	9.56	3235	10.0
II	3184.1	9.84	3235	10.0
I	2886.8	10.97	2632	10.0
TOTALE	15299.3		15756	

Il calcolo rigoroso mostra differenze inferiori al 12% sui valori delle masse ai singoli piani e ancora più piccole (meno del 3%) sulle masse totali. Si può ritenere **non influente** la differenza

Masse

altri calcoli da fare

Nella risoluzione numerica occorrono altri dati legati alle masse, oltre al loro valore totale per impalcato

- Baricentro delle masse di un impalcato (incluse le masse che si sviluppano lungo l'altezza ma sono state incluse in quelle dell'impalcato)
- Raggio d'inerzia delle masse

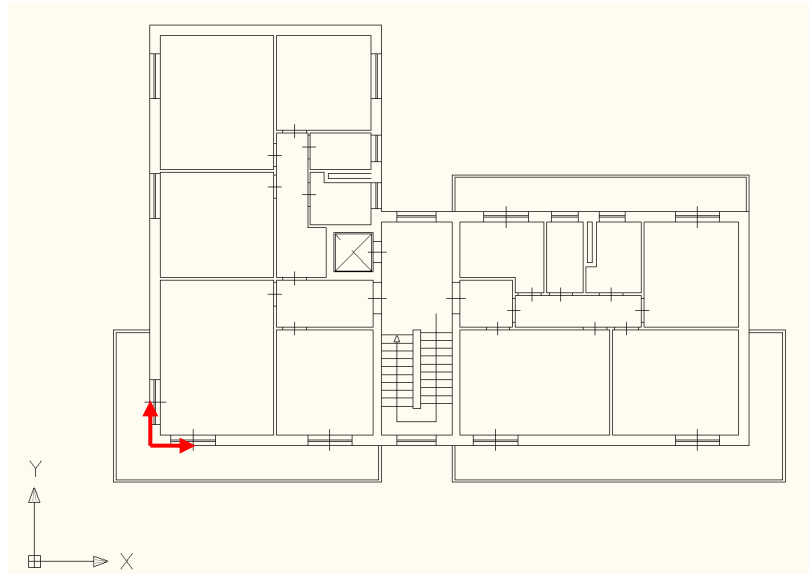
Procedimento (approssimato):

- ipotizzare le masse uniformemente distribuite nell'impalcato (incluso sbalzi)
- determinare il baricentro dell'impalcato
- calcolare il momento d'inerzia dell'impalcato e quindi il raggio d'inerzia

si può fare anche con
Autocad

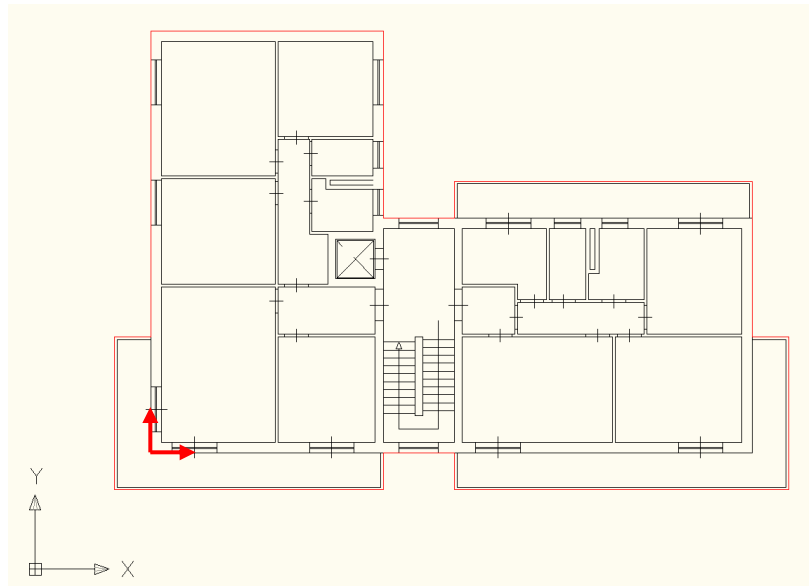
Baricentro e raggio d'inerzia delle masse con AutoCAD

1. Scegliere il sistema di riferimento e disegnarlo sulla pianta



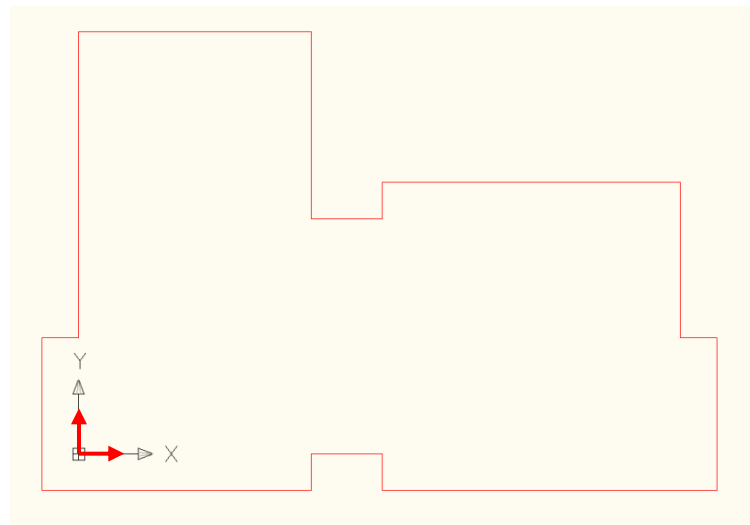
Baricentro e raggio d'inerzia delle masse con AutoCAD

2. Disegnare una polilinea lungo il contorno e trasformarla in regione



Baricentro e raggio d'inerzia delle masse con AutoCAD

3. Spostare contorno ed assi in modo che l'origine del sistema scelto coincida con quella di Autocad



Baricentro e raggio d'inerzia delle masse con AutoCAD

4. Usare il comando **PROPMASS** per determinare le coordinate del baricentro

Comando: PROPMASS

Selezionare oggetti: trovato(i) 1

$$x_{CM} = 10.35 \text{ m}$$

Selezionare oggetti:

$$y_{CM} = 5.64 \text{ m}$$

----- REGIONI -----

Area: 3256000.0000

Perimetro: 9160.0000

Casella di delimitazione: X: -140.0000 -- 2420.0000

Y: -140.0000 -- 1600.0000

Baricentro: X: 1035.0645
Y: 564.3133

Momenti di inerzia: X: 1.6866E+12
Y: 5.1226E+12

Prodotti di inerzia: XY: 1.6371E+12

Raggi di girazione: X: 719.7161
Y: 1254.3099

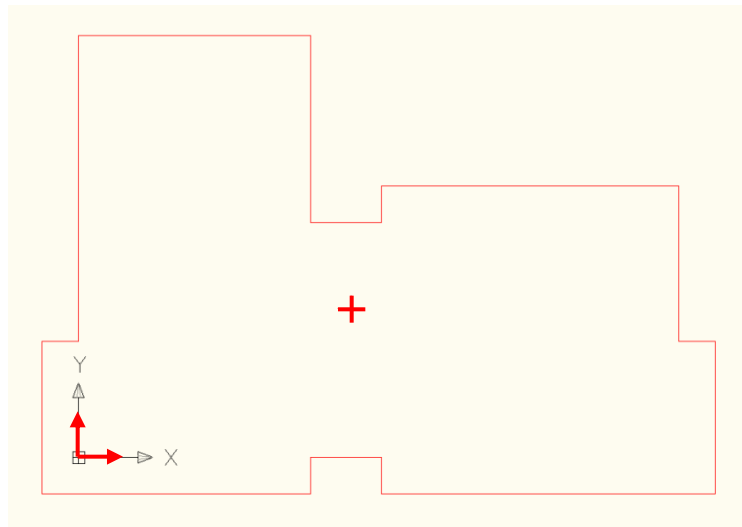
Momenti principali e direzione X-Y rispetto al baricentro:

I: 5.8305E+11 lungo [0.9697 -0.2442]

J: 1.7010E+12 lungo [0.2442 0.9697]

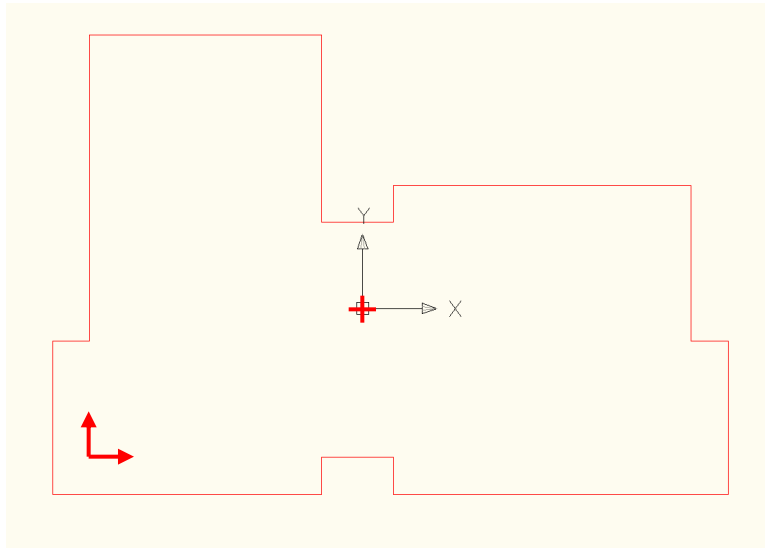
Baricentro e raggio d'inerzia delle masse con AutoCAD

5. Disegnare una crocetta per individuare il baricentro



Baricentro e raggio d'inerzia delle masse con AutoCAD

6. Spostare contorno ed assi in modo che il centro di massa coincida con l'origine di Autocad



Baricentro e raggio d'inerzia delle masse con AutoCAD

7. Usare di nuovo il comando **PROPMASS**

```
Comando: propmass  
Selezionare oggetti: trovato(i) 1  
Selezionare oggetti:  
----- REGIONI -----  
  
Area: 3256000.0000  
Perimetro: 9160.0000  
Casella di delimitazione: X: -1175.0645 -- 1384.9355  
Y: -704.3133 -- 1035.6867  
Baricentro: X: 0.0000  
Y: 0.0000  
Momenti di inerzia: X: 6.4971E+11  
Y: 1.6343E+12  
Prodotti di inerzia: XY: -2.6471E+11  
Raggi di girazione: X: 446.7010  
Y: 708.4735  
Momenti principali e direzione X-Y rispetto al baricentro:  
I: 5.8305E+11 lungo [0.9697 -0.2442]  
J: 1.7010E+12 lungo [0.2442 0.9697]
```

$$\begin{aligned} r_m &= \sqrt{r_x^2 + r_y^2} = \\ &= \sqrt{4.47^2 + 7.08^2} = \\ &= 8.38 \text{ m} \end{aligned}$$

Raggio d'inerzia delle masse controlli

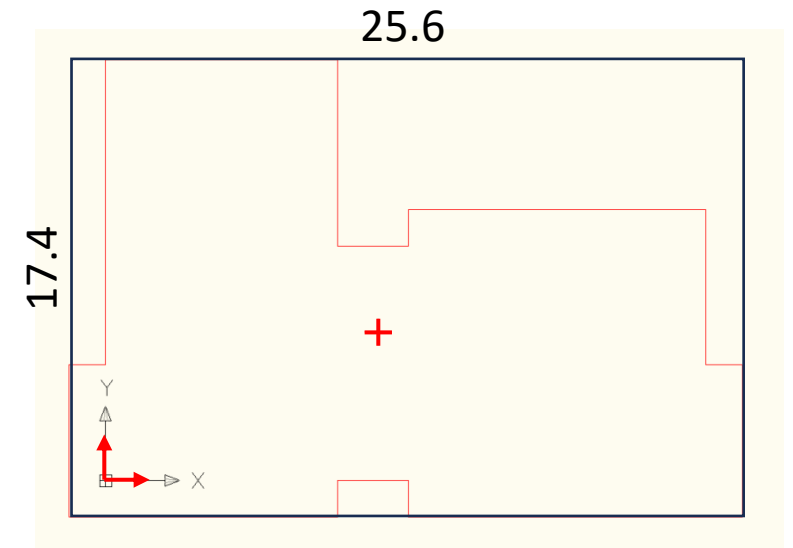
Controllare il risultato ottenuto:

- calcolando il rapporto tra il valore trovato e la dimensione massima

$$\frac{8.38}{25.60} = 0.327$$

termini di paragone:

- per pianta quadrata $r_m \cong 0.41 L$
- per pianta rettangolare rapporto 2:1 $r_m \cong 0.32 L$
- per pianta rettangolare molto allungata $r_m \cong 0.29 L$



- confrontandolo con quello di un rettangolo che circoscrive la pianta

$$r_m = \sqrt{\frac{L_1^2 + L_2^2}{12}} = \sqrt{\frac{25.60^2 + 17.40^2}{12}} = 8.94 \text{ m}$$

Riepilogo dei risultati relativi alle masse

impalcato	peso W kN	Massa m t	x m	y m	r _m m
Torrino	368.3	37.54	9.75	4.86	3.24
V	2673.5	272.53	10.20	5.89	8.51
IV, III	3093.3	315.32	10.35	5.64	8.38
II	3184.1	324.57	10.35	5.64	8.38
I	2886.8	294.27	9.75	6.33	7.81